
جميعية نمازين المنناليان العددية في البكالوريا شعبة علوم نجرية

من 2008 إلى 2018

إعداد : بخاشة خالر

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [1; 2]$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$

أ- بين أن الدالة f متزايدة على I .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

(2) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يأتي: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n ينتمي إلى I .

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$

ب- عين النهاية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = \frac{5}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$

(1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ والمنحني (d) الممثل للدالة f

المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$

ب- باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود: u_4 و u_3, u_2, u_1, u_0 .

ج- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 6$

ب- تحقق أن (u_n) متزايدة.

ج- هل (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$

المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$

(1) أحسب v_0 و v_1 .

(2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

(3) أ- أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right) + 1$

ج- بين أن (u_n) متقاربة.

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول } u_1 \text{ وأساسها } q \text{ حيث :}$$

(1) أ- أحسب u_2 والأساس q لهذه المتتالية واستنتج الحد الأول u_1

ب- أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

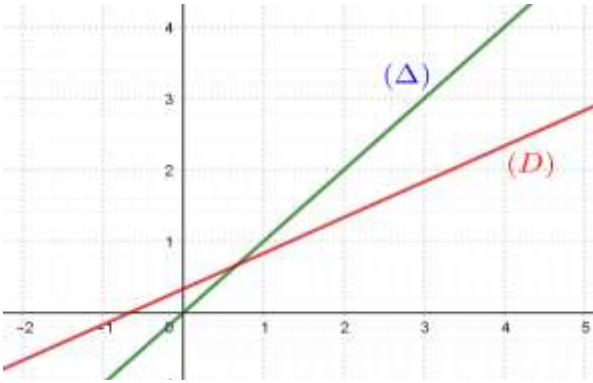
ج- أحسب S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون $S_n = 728$.

$$(2) (v_n) \text{ متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n \text{ كما يلي : } v_1 = 2 \text{ و } v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$$

أ- أحسب v_2, v_3 .

ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$ ، بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ج- أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيمين

$$(D) \text{ و } (\Delta) \text{ معادلتيهما على الترتيب : } y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

(1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ :

$$u_0 = 6 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$$

أ- أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4 دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم

ب- عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

ج- أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) أ- باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq \frac{2}{3}$.

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

استنتج المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 1$.

و (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \frac{1}{2}$.

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات، إجابة واحدة فقط منها صحيحة، حددها مع التعليل.

1. المتتالية (v_n) :

أ- حسابية. ب- هندسية. ج- لا حسابية ولا هندسية.

2. نهاية المتتالية (u_n) هي :

أ- $+\infty$. ب- $-\frac{1}{2}$. ج- $-\infty$.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = -\frac{1}{2} [1 + e^{\ln 3} + e^{2\ln 3} + e^{3\ln 3} + \dots + e^{n\ln 3}]$ ،

أ- $S_n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$. ب- $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$. ج- $S_n = \frac{1 - 3^{n+1}}{4}$.

α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1.

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$.

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}$.

(1) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها α .

ب- أكتب بدلالة n و α ، عبارة v_n ثم استنتج بدلالة n و α ، عبارة u_n .

ج- عين قيم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) متقاربة.

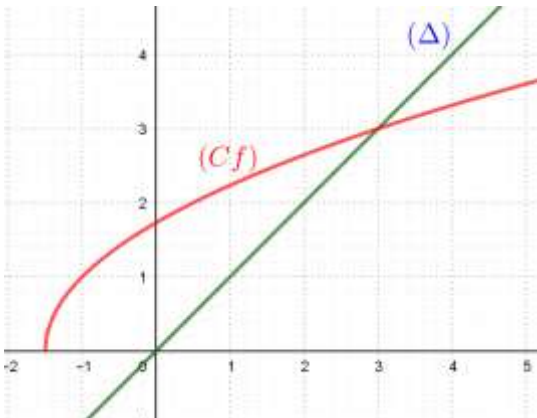
(2) نضع: $\alpha = \frac{3}{2}$.

- أحسب بدلالة n ، المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.

(1) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{2x + 3}$ و (C) تمثيلها البياني

و (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل المقابل).



أ- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل

العدد التالى u_0, u_1, u_2 و u_3 (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء)

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) و تقاربها .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$.

(3) أ- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التحريث التاسع [باك 2012] [2م] (4.5ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{13}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 < u_n < 4$

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$. استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

(3) بزر لماذا (u_n) متقاربة .

(4) المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n - 3)$.

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول .

(ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$.

(د) أكتب P_n بدلالة n ، ثم بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \frac{1}{16}$.

التحريث العاشر [باك 2013] [1م] (4ن)

(I) المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$.

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(2) أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$.

(II) المتتالية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

(1) برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 6$ ،

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) أ- برهن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $6 - u_{n+1} = \frac{5}{6}(6 - u_n)$.

ب- بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 6 - u_n \leq v_n$. استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التحريث الحادي عشر [باك 2013] [2م] (4ن)

في الشكل المقابل ، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ ،

و (d) المستقيم ذو المعادلة : $y = x$

(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول ، $u_0 = \frac{1}{2}$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

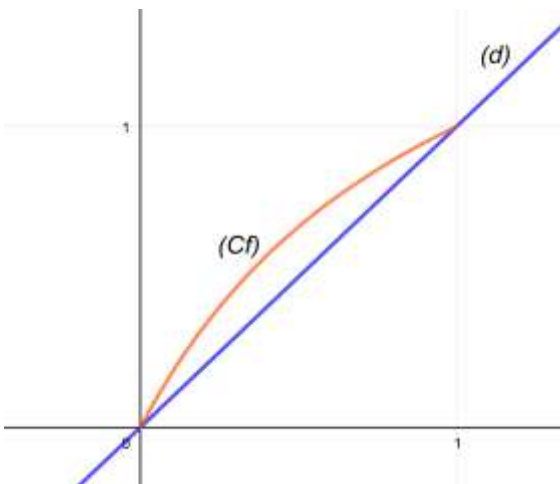
أ- أعد رسم هذا الشكل في ورقة الإجابة ، ثم مثل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها ، مبرزا خطوط التمثيل .

ب- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(2) أ- أثبت أن الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[0;1]$

ب- برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$

ج- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .



$$(3) \quad (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n} .$$

أ- برهن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب حساب حدّها الأول v_0 .
 ب- أحسب نهاية (u_n) .

التمرين الثاني عشر [باك 2014] [م1] (4ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$ ،

و (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 4$ ،

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

(2) أكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n .

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = 5 \left(\frac{1}{v_n + 5} - 1 \right)$.

أ- بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب- أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n)$.

التمرين الثالث عشر [باك 2014] [م2] (4ن)

(I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$ (e هو أساس اللوغاريتم النيبيري)

(1) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

(2) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

(3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(II) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$ (ln يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري) .

(1) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج نوع المتتالية (v_n) .

(2) أ- أحسب بدلالة n العدد P_n حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n + 4n > 0$.

التمرين الرابع عشر [باك 2015] [م1] (4.5ن)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e^2 - 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$.

(1) أحسب: u_1, u_2, u_3 .

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + u_n > 0$.

(3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة . هل هي متقاربة ؟ علل .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3(1 + u_n)$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب- أكتب u_n و v_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج- بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0 + \ln v_1 + \ln v_2 + \dots + \ln v_n = (n + 1)(-n + 2 + \ln 3)$

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

(2) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) ذي المعادلة: $y = x$.

(3) مثل (C_f) و (D) على المجال $[0; 6]$.

(II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

(1) أ- أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3, v_0, v_1, v_2, v_3$ دون حسابها.

ب- خمن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

(2) أ- أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ حيث: $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

ب- استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

(3) أ- أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$

ب- بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

ج- استنتج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$ ، ثم حدد نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [0; 4]$ بـ: $f(x) = \frac{13x}{9x+13}$.

(1) أ- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I .

ب- بين أنه من أجل كل من المجال I ، $f(x)$ ينتمي الى المجال I .

(2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بعدها الأول $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 4$

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$

(4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 2 + \frac{13}{u_n}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب- أكتب v_n بدلالة n .

ج- استنتج أن: $u_n = \frac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(2) أعبّر بدلالة n عن الحد العام v_n .

بـ استنتج عبارة الحد u_n العام بدلالة n .

جـ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) أـ أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

بـ تحقق أن : $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n .

جـ أحسب بدلالة n المجموع : $S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$.

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases}$$

(1) أحسب الحدين u_1 و v_1 .

(2) أـ أكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

بـ باستعمال البرهان بالتراجع بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

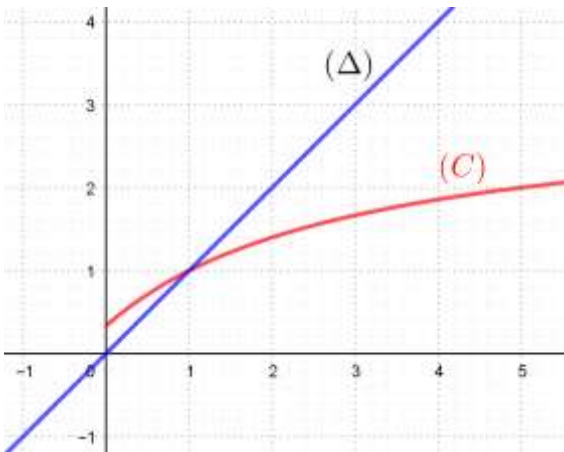
(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = u_n - v_n$

برهن أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n .

(4) بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال : $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x + 1}{x + 3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد



ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y = x$

α عدد حقيقي موجب ، (u_n) المتتالية العددية المعرفة على بعدها الأول

$u_{n+1} = f(u_n)$: n من أجل كل عدد طبيعي $u_0 = \alpha$

(1) عين قيم α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

نضع في كل مايلي : $\alpha = 5$

(2) أـ أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود

u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها.

بـ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

(1) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- عبر بدلالة n عن u_n و v_n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(2) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_n + v_n + \dots + v_{n+2016}$.

ثم استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_n + 1} + \frac{1}{u_{n+1} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{n+2016} + 1}$.

التمرين العشرون [باك 2018] [م 1] (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ حيث $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{9}{u_n + 5}$.

(1) أبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$.

ب- بين أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$.

- أثبت أن (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

(3) عبر بدلالة n عن u_n و v_n ، وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n = \frac{1}{3}(1 - n^2)$.

التمرين الواحد والعشرون [باك 2018] [م 2] (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$.

(1) أحسب u_1, u_2, u_3 .

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{2n+3}{2n+1} > 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n = 2n+1$.

أبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e^{u_n} = v_n$.

ب- استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) أحسب المجموعين T و S_n حيث: $T = e^{u_{1439}} + e^{u_{1440}} + \dots + e^{u_{2018}}$ و $S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$.